



HSC Research Report

HSC/99/01

**A short history of the
VOLAX - or how we tried
to trade implied
volatility**
*(Krótka historia VOLAX-u - czyli
jak próbowano handlować
implikowaną zmiennością)*

Tomasz Garliński*
Rafał Weron**

* Garlinski Finanzhandels GmbH, Germany

** Hugo Steinhaus Center, Wrocław University of
Technology, Poland

Hugo Steinhaus Center
Wrocław University of Technology
Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, Poland
<http://www.im.pwr.wroc.pl/~hugo/>

Krótką historia VOLAX-u, czyli jak próbowano handlować implikowaną zmiennością

Jak każdy uczestnik rynku dobrze wie ceny instrumentów finansowych podlegają ciągłym fluktuacjom. Parametr, który mierzy te fluktuacje w danym okresie czasu nazywamy zmiennością (*volatility*). Im większe fluktuacje – a zatem i większa zmienność instrumentu finansowego – tym większe jest ryzyko związane z tym instrumentem. Zmienność jako parametr ryzyka ma duże znaczenie we współczesnej teorii finansów, a jej praktyczne zastosowania znajdujemy dzisiaj w takich dziedzinach jak teoria portfela, wycena opcji czy zarządzanie ryzykiem.

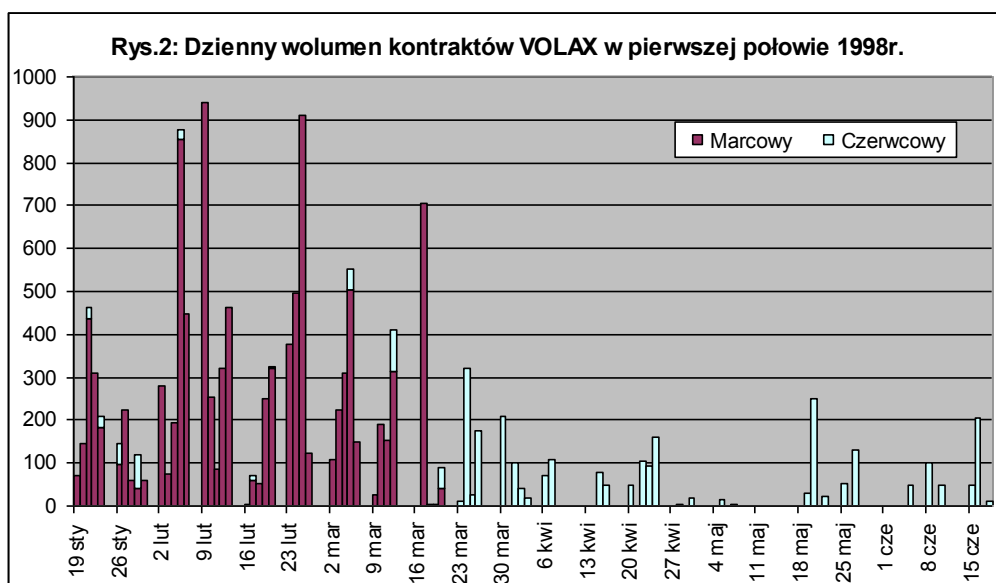
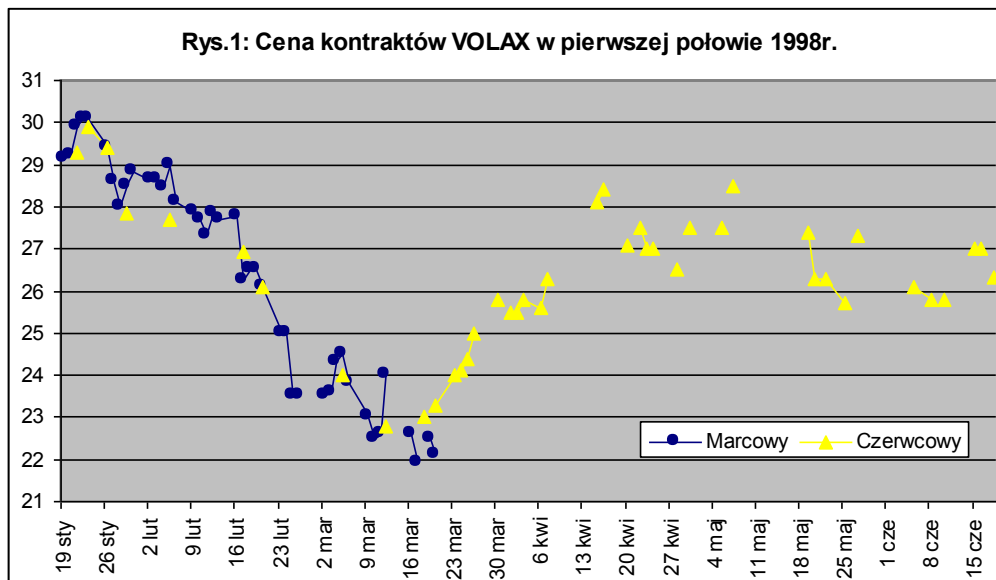
Nazwa	VOLAX
Instrument podstawowy (bazowy)	Trzymiesięczny indeks zmienności – implikowana trzymiesięczna zmienność "po cenie" opcji na niemiecki indeks akcji DAX
Wartość kontraktu	DM 100 za punkt procentowy zmienności
Jednostka notowania	Punkty procentowe z dwoma cyframi po przecinku
Minimalny krok notowania	0,01 punktu, czyli jeden <i>tick</i> to jedna marka
Miesiące wygaśnięcia	Trzy najbliższe miesiące z cyklu marzec, czerwiec, wrzesień, grudzień
Ostatni dzień obrotu	Trzeci piątek miesiąca wygaśnięcia lub ostatni dzień sesyjny przypadający przed trzecim piątkiem miesiąca wygaśnięcia
Termin wygaśnięcia	Ostatni dzień obrotu
Rozliczenie	Wyłącznie gotówkowe
Termin rozliczenia	Następny dzień roboczy po dniu wygaśnięcia
Cena rozliczenia	Średnia obliczeń trzymiesięcznego indeksu zmienności dokonanych pomiędzy 11:31 a 12:30 (czasu CET) w ostatnim dniu obrotu
Depozyt zabezpieczający	Ustalany przez giełdę na podstawie metody <i>Risk-Based-Margining</i>
Godziny obrotu	9:00 – 17:00 (czasu CET)

Narodziny ... i krótki żywot kontraktu

W odpowiedzi na ogromny wpływ zmian zmienności na ceny opcji i związane z tym ryzyko, w styczniu 1998 roku giełda DTB (aktualnie Eurex, patrz RT, sierpień 1999, str. 81-86) wprowadziła do obrotu pierwszy na świecie kontrakt *futures* na implikowaną zmienność. Kontrakt VOLAX jest oparty na implikowanej zmienności czterech opcji na indeks DAX – dwóch opcji kupna i dwóch opcji sprzedaży o cenach wykonania najbliższych aktualnemu kursowi indeksu – z trzymiesięcznym czasem pozostałym do wygaśnięcia. Zatem instrumentem podstawowym (bazowym) dla marcowego kontraktu VOLAX jest ten indeks zmienności, który jest liczony na podstawie opcji czerwcowych.

Na rysunku 1 przedstawiono historyczne wartości marcowego i czerwcowego kontraktu VOLAX, tzn. kontraktów wygasających odpowiednio w marcu i czerwcu 1998r. Zauważmy, że liczba dni, w których handlowano tymi kontraktami (na wykresie – liczba kółek i trójkątów) jest taka sama i wynosi 42. Ale podczas gdy marcowy kontrakt znajdował się w obrocie od 19 stycznia do 20 marca (45 dni roboczych), to czerwcowy – od 19 stycznia aż do 19 czerwca (103 dni robocze)! Tę utratę zainteresowania kontraktem widać jeszcze wyraźniej na rysunku 2, gdzie przedstawiono wolumen marcowych i czerwcowych kontraktów VOLAX. Wolumen wrześniowych i grudniowych kontraktów

został pominięty na rysunku, bo wyniósł odpowiednio jedynie 532 i 33 kontrakty. Ostatecznie VOLAX "zmarł" śmiercią naturalną we wrześniu 1998 roku, gdy 28 września zawarto ostatnią transakcję opiewającą na 11 kontraktów.



W tym miejscu nasuwa się oczywiste pytanie: dlaczego inwestorzy i spekulanci nie wykazali zbytniego zainteresowania kontraktem VOLAX chociaż oferował on, tak potrzebne na rynku, zabezpieczenie przed ryzykiem zmiany zmienności? Zanim jednak odpowiemy na to pytanie musimy się bliżej przyjrzeć konstrukcji samego kontraktu.

Implikowana zmienność

Powszechnie wiadomo – przynajmniej od 1973 roku, kiedy to Fischer Black i Myron Scholes opublikowali przełomową pracę¹ dotyczącą wyceny opcji, że cena opcji zależy od pięciu zmiennych: ceny instrumentu podstawowego (we wzorze poniżej: U), ceny wykonania opcji (K), okresu ważności

opcji (t), stopy procentowej (r) oraz zmienności (σ). Niestety wzorów typu Blacka-Scholesa (tutaj: na cenę opcji kupna C i opcji sprzedaży P na kontrakt *futures*²):

$$C = e^{-rt} [F\Phi(d_+) - K\Phi(d_-)] \quad \text{oraz} \quad P = e^{-rt} [K\Phi(-d_-) - F\Phi(-d_+)] \quad (1)$$

gdzie $d_{\pm} = \ln(U/K) / \sigma\sqrt{t} \pm \sigma\sqrt{t}/2$, a Φ jest dystrybuantą standardowego rozkładu normalnego, nie da się odwrócić ze względu na zmienność, tzn. przekształcić do postaci $\sigma = \text{funkcja}(C \text{ lub } P, U, K, t, r)$. Jeżeli jednak znamy rynkową cenę opcji oraz wartości pierwszych czterech parametrów wzoru na cenę opcji to korzystając z iteracyjnej metody znajdowania zer (pierwiastków) funkcji³ możemy "odwrócić" wzór (1) i numerycznie aproksymować zmienność użytą do wyceny tej opcji. Tak uzyskaną zmienność nazywamy implikowaną (*implied volatility*).

Przykład 1

Załóżmy, że premia (cena) opcji kupna na indeks DAX wynosi 163,81 podczas gdy ostatnia cena kontraktu *futures* na DAX wynosi $U=5092$, cena wykonania opcji $K=5100$, stopa procentowa $r=3,5\%$, a opcja wygasa za $t=45$ dni. Implikowana zmienność to ta wartość σ , która podstawiona do wzoru (1) da nam $C=163,81$. Jeśli do wzoru podstawimy $\sigma=20\%$ to otrzymamy $C=138,18$, czyli za niską premię opcji. Ponieważ premia jest rosnącą funkcją zmienności (tzn. gdy zmienność rośnie to premia też rośnie, a gdy maleje to też maleje) wiemy, że implikowana zmienność jest większa od 20%. Spróbujmy teraz podstawić $\sigma=30\%$. Otrzymamy $C=209,17$, czyli za wysoką premię. Dowiedzieliśmy się zatem, że implikowana zmienność leży w przedziale 20% – 30%. Następnie możemy spróbować podstawić $\sigma=25\%$. Postępując w ten sposób, tzn. za każdym razem dzieląc przedział na pół (jest to tzw. metoda bisekcji⁴), możemy zadaną dokładnością obliczyć implikowaną zmienność. W tym przykładzie $\sigma_{imp}=23,61\%$.

Indeksy zmienności

Metoda podobna do opisanej powyżej jest od ponad siedmiu lat używana przez giełdę Eurex do obliczania indeksów zmienności, które mierzą zmienność implikowaną przez ceny opcji na DAX. Oddzielny indeks jest liczony dla każdego terminu wygaśnięcia opcji. Dodatkowo, główny indeks zmienności VDAX jest wyznaczany niezależnie od terminów wygaśnięcia opcji – dla stałego czasu pozostałego do wygaśnięcia wynoszącego 45 dni.

Indeksy zmienności odzwierciedlają zmienność "po cenie" (*at-the-money*) odpowiednio dla każdego terminu wygaśnięcia opcji. "Punkt po cenie" został wybrany ze względu na największą płynność opcji w tym właśnie "punkcie"⁵. Jest on zdefiniowany jako cena kontraktu *futures* na DAX o terminie wygaśnięcia równym odpowiedniej opcji na DAX. Na przykład, jeśli cena grudniowego kontraktu *futures* na DAX wynosi 5092, to grudniowa opcja z ceną wykonania 5092 jest dokładnie po cenie. Jednak tylko ceny wykonania będące wielokrotnościami 25 punktów są dopuszczalne. Dlatego w praktyce, dla danego terminu wygaśnięcia opcji T , indeks zmienności V_T jest liczony na podstawie zmienności czterech opcji. W tym przypadku grudniowy indeks zmienności jest liniowo interpolowany ze zmienności grudniowych opcji kupna i sprzedaży z ceną wykonania 5075 (odpowiednio v_{5075}^C i v_{5075}^P) oraz zmienności grudniowych opcji kupna i sprzedaży z ceną wykonania 5100 (odpowiednio v_{5100}^C i v_{5100}^P):

$$V_T = \frac{(5100 - 5092)(v_{5075}^C + v_{5075}^P) + (5092 - 5075)(v_{5100}^C + v_{5100}^P)}{2(5100 - 5075)} \quad (2)$$

Korzystając z indeksów zmienności oraz poniższego wzoru, wynikającego z własności sumowania wariancji (kwadratów zmienności), można w łatwy sposób obliczyć sprawiedliwą cenę kontraktu VOLAX o terminie wygaśnięcia T_1 :

$$VOLAX_1 = \sqrt{\frac{T_2 V_2^2 - T_1 V_1^2}{T_2 - T_1}} \quad (3)$$

gdzie T_1 i $T_2 = T_1 + 3$ miesiące są terminami wygaśnięcia odpowiednio indeksów zmienności V_1 i V_2 .

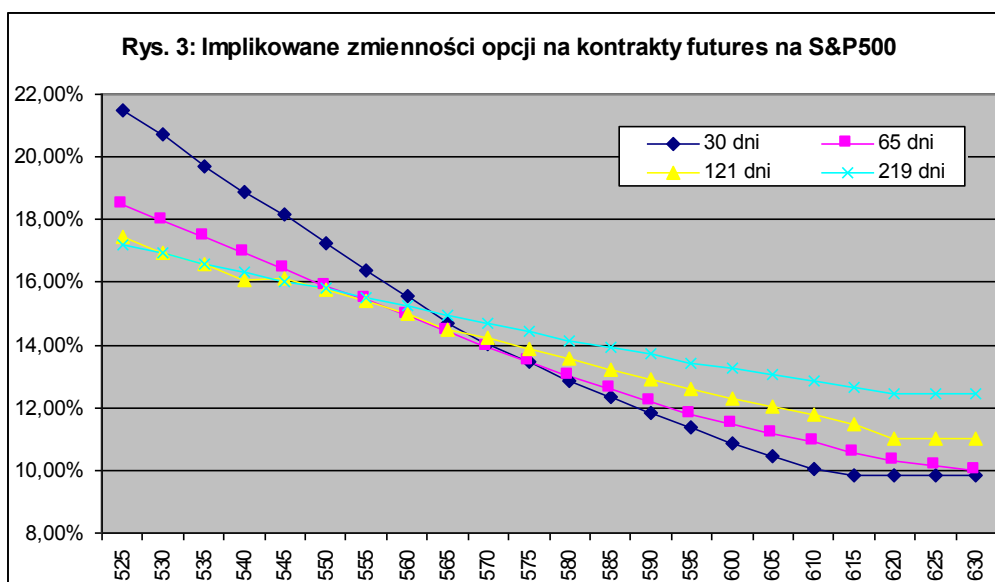
Przykład 2

9 lipca 1997 roku wrześniowy indeks zmienności wynosi $V_1=19,18$, tzn. implikowana zmienność "po cenie" wrześniowych – wygasających za 102 dni – opcji na DAX wynosi 19,18%. Natomiast grudniowy indeks $V_2=18,90$, a jego termin wygaśnięcia jest odległy o 193 dni. Korzystając z wzoru (3) możemy policzyć teoretyczną (sprawiedliwą) cenę wrześniowego kontraktu VOLAX:

$$VOLAX_1 = \sqrt{\frac{193 \cdot 18,9^2 - 102 \cdot 19,18^2}{193 - 102}} = 18,58 \quad (4)$$

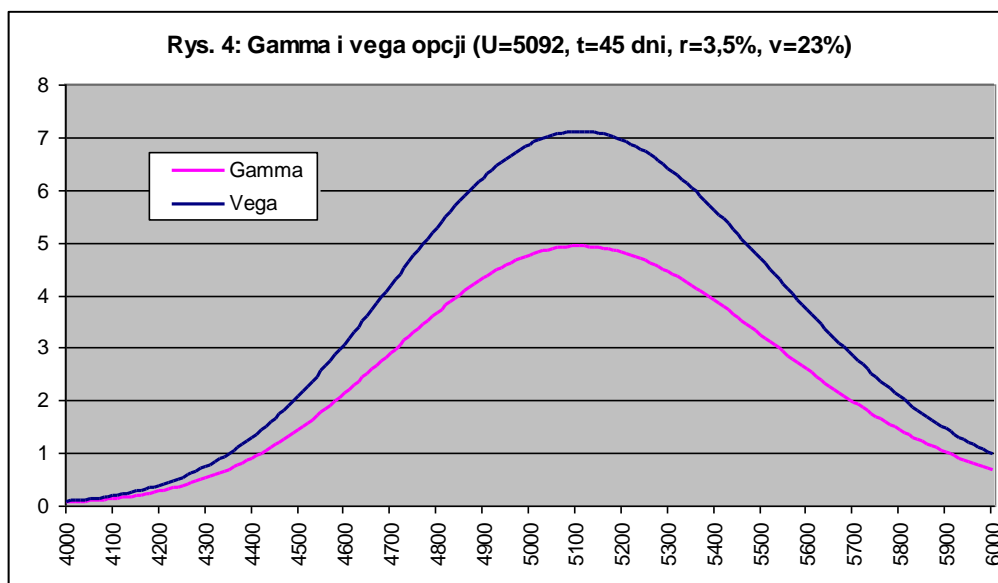
Uśmiech czy grymas?

Praktycy rynku dobrze wiedzą, że opcje z cenami wykonania poniżej aktualnej ceny instrumentu podstawowego są wyceniane w oparciu o wyższą zmienność niż opcje po cenie. Natomiast wycena opcji z wyższymi cenami wykonania zależy już od instrumentu podstawowego. Na rynku walutowym są one wyceniane podobnie jak opcje z niższymi cenami wykonania, tzn. w oparciu o wyższą zmienność, i jeśli wykreślimy implikowane zmienności tych opcji względem ich cen wykonania to ujrzymy krzywą przypominającą uśmiech (*volatility smile*). Jednakże dla większości pozostałych opcji – włączając w to najaktywniej handlowane na giełdach terminowych opcje na indeks S&P500 oraz na indeks DAX – możemy zaobserwować asymetrię. Krzywa implikowanych zmienności przypomina wtedy bardziej grymas (*grimace, smirk*) niż uśmiech.



Przykład 3

Na rysunku 3 przedstawiono grymasy zmienności dla opcji na indeks S&P500 z czterema różnymi terminami wygaśnięcia. Aby zapobiec niedokładnościom związanym z systemem rozliczania i cenami transakcyjnymi premie opcji były podane przez *market-maker*a z giełdy CME na podstawie ofert kupna i sprzedaży (zarówno opcji kupna, jak i sprzedaży), które były składane podczas najbardziej płynnych okresów w dniu 15 listopada 1995 roku. Cztery przedstawione serie opcji wygasły 15 grudnia (30 dni), 19 stycznia (65 dni), 15 marca (121 dni) oraz 21 czerwca (219 dni). Kurs instrumentu podstawowego – kontraktu *futures* na S&P500 – wynosił około 585 punktów.



Dlaczego dzieje się tak, że opcje z cenami wykonania poniżej "punktu po cenie" są wyceniane w oparciu o wyższą zmienność? Przyjrzyjmy się gammie i vedze – drugiej pochodnej ceny opcji względem ceny instrumentu podstawowego i pierwszej pochodnej względem zmienności. Obydwa wskaźniki wrażliwości są takie same dla opcji kupna oraz sprzedaży i obydwa osiągają maksimum nieco powyżej "punktu po cenie", patrz rys. 4. Zatem spadek ceny instrumentu bazowego powoduje zwiększenie kosztów zabezpieczenia takich opcji (bo wzrasta gamma, co pociąga za sobą wzrost delty, czyli liczby instrumentów bazowych potrzebnych do zabezpieczenia opcji). To samo stanie się ze zmiennością – wzrośnie gdy cena instrumentu podstawowego zmaleje. To są podstawowe powody, dla których już w momencie wystawiania opcje z niższymi cenami wykonania są wyceniane w oparciu o większą zmienność. Inne czynniki mające wpływ na to zjawisko to:

- ❑ Strategie dużych funduszy inwestycyjnych i emerytalnych, których istotnym elementem jest składanie zleceń powstrzymania strat (*stop-loss orders*). Gdy pewien poziom ceny zostanie osiągnięty zostają automatycznie uruchomione duże zlecenia sprzedaży, które powodują dalszy spadek ceny.
- ❑ Wezwania do uzupełnienia depozytu (*margin calls*), które zmuszają inwestorów do kupna lub sprzedaży po aktualnej i zazwyczaj niekorzystnej cenie rynkowej.
- ❑ Ludzka psychika, która powoduje że inwestorzy potrzebują czasu do podjęcia decyzji o kupnie, ale w panice sprzedają nawet bez zastanowienia.
- ❑ Pamięć o wielkich krachach giełdowych, która każe inwestorom zabezpieczać się przede wszystkim przed spadkiem cen.

Na koniec zauważmy jeszcze, że uśmiech czy grymas zmienności jest najwyraźniejszy dla opcji krótkoterminowych i maleje wraz ze wzrostem czasu do wygaśnięcia, patrz rys. 3. Jest to

spowodowane tym, że opcje krótkoterminowe są znacznie bardziej wrażliwe na zmiany cen instrumentu bazowego.

VOLAX jako narzędzie zabezpieczające

W 1997 roku zmiany zmienności stały się szczególnie widoczne na niemieckim rynku akcji, podkreślając potrzebę istnienia efektywnego narzędzia zabezpieczającego przed tym ryzykiem. Wprowadzony w styczniu 1998 roku kontrakt VOLAX miał być idealnym narzędziem. Miał on również być sukcesem politycznym: giełda Eurex (wtedy jeszcze DTB) chciała złamać prymat amerykańskich giełd we wprowadzaniu nowych produktów na rynek. Kontrakt VOLAX nie był kopią amerykańskiego produktu, ale pierwszym na świecie kontraktem na implikowaną zmienność! Niestety nie spełniły się pokładane w nim nadzieje. Po prostu rzeczywistość okazała się bardziej skomplikowana niż sądzili twórcy kontraktu.

Przykład 4

Jest to oryginalny przykład z broszury informacyjnej o VOLAX-ie. Załóżmy, że 6 stycznia 1998r.:

- poziom indeksu DAX = 4325;
- cena marcowego kontraktu *futures* na indeks DAX = 4350;
- cena marcowego kontraktu VOLAX = 22,76;
- stopa procentowa $r=3,35\%$;
- opcje wygasają za 73 dni (20 marca 1998r.).

Po dokonaniu analizy powyższych danych makler kupuje 60 marcowych opcji kupna na DAX z ceną wykonania $K=4350$ po $176,46 \times 10\text{DM}$ każda. Zmienność implikowana przez cenę rynkową opcji wynosi $22,9\%$. Spadek zmienności tej opcji o 2% w ciągu dnia spowoduje spadek jej ceny do $161,06 \times 10\text{DM}$, czyli stratę w wysokości $(176,46 - 161,06) \cdot 10 \cdot 60 = 9240\text{DM}$.

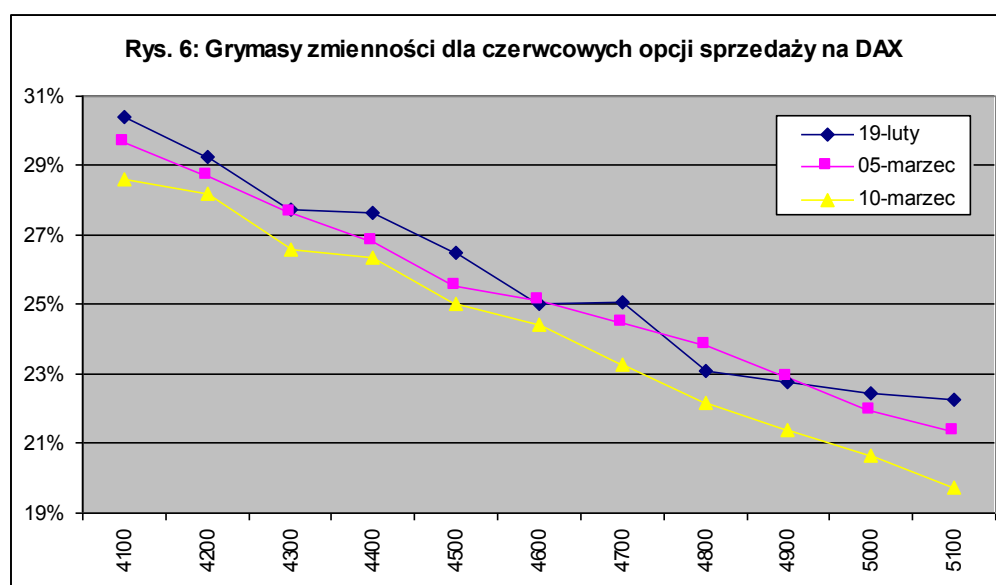
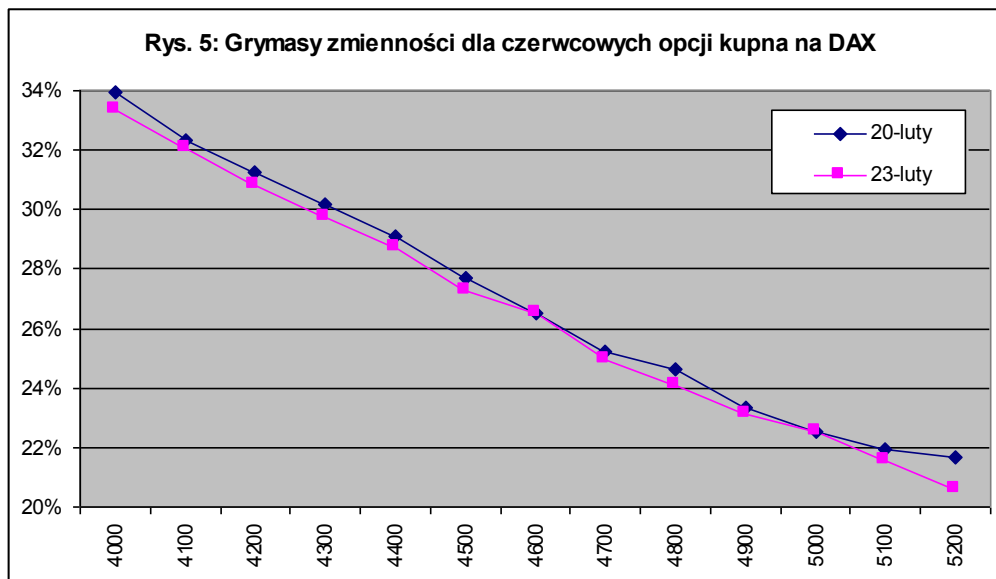
Ponieważ celem jest konstrukcja pozycji o dodatniej gammie (*long-gamma position*), makler decyduje się zabezpieczać ryzyko związane ze zmianą ceny instrumentu podstawowego (*delta risk*) oraz zmianą zmienności (*vega risk*). Pierwsze ryzyko ($\Delta=0,5392$) można zabezpieczyć sprzedając 3 marcowe kontrakty *futures* na DAX, natomiast drugie ($\text{vega}=7,699$) za pomocą kontraktów VOLAX. W tym celu należy policzyć tzw. *vega hedge ratio* (VHR):

$$\text{VHR} = \frac{\text{liczba opcji} \cdot C_{\text{Opcja}} \cdot \text{vega}}{C_{\text{VOLAX}}} = \frac{60 \cdot 10 \cdot 7,699}{100} \cong 46 \quad (5)$$

gdzie $C_{\text{Opcja}}=10\text{DM}$ jest mnożnikiem walutowym dla opcji na DAX, a $C_{\text{VOLAX}}=100\text{DM}$ jest mnożnikiem walutowym dla kontraktu VOLAX. Czyli makler musi sprzedać 46 kontraktów VOLAX po cenie 22,76 każdy aby vega pozycji była bliska zeru.

Następnego dnia, w wyniku spadku zmienności o 2% , cena kontraktu VOLAX również spada z 22,76 do 20,76. Zatem sprzedaż (a później odkupienie) 46 kontraktów VOLAX przynosi dochód $(22,76 - 20,76) \cdot 100 \cdot 46 = 9200\text{DM}$, który w zasadzie pokrywa straty w wartości opcji wynikłe ze spadku zmienności.

Autorzy tego hipotetycznego przykładu założyli taką samą zmianę implikowanych zmienności dla wszystkich cen wykonania i terminów wygaśnięcia opcji. Niestety nie zawsze (a raczej: nie często) mamy do czynienia z taką sytuacją! Rysunki 5 i 6 pokazują jak na przełomie lutego i marca 1998 roku struktura grymasu zmienności ulegała zmianie⁶. Dlatego, jak pokazuje następny przykład, korzystanie z kontraktów VOLAX w celu zabezpieczania ryzyka vega (tzn. zmiany zmienności) pozycji składającej się z opcji o cenach wykonania odległych od "punktu po cenie" jest co najmniej problematyczne.



Przykład 5

W piątek 20 lutego 1998 roku spekulant sprzedaje 100 czerwcowych (wygasających 19 czerwca, czyli za 119 dni) opcji kupna na DAX z ceną wykonania 5000. Zmienność, implikowana przez rynkową cenę 955DM ($= 95,5 \times 10\text{DM}$) tych opcji, wynosi 22,55%. Spekulant decyduje się na zabezpieczenie ryzyka delta i vega. To pierwsze zabezpiecza kupując kontrakty *futures* na DAX. Natomiast ryzyko vega ($\text{vega} = -9,07$) zabezpiecza korzystając z kontraktów VOLAX. W tym celu z wzoru (5) oblicza $\text{VHR} \approx -91$, co znaczy, że musi kupić 91 kontraktów VOLAX po 26,09 każdy.

W poniedziałek 23 lutego spekulant zauważa, że w wyniku spadku zmienności "po cenie" o 1,09% cena kontraktu VOLAX również spada z 26,09 na 25, patrz rys. 1. Zatem zabezpieczenie tymi kontraktami spowodowało stratę w wysokości $(26,09 - 25) \cdot 100 \cdot 91 = 9919 \text{ DM}$. Czy wzrost wartości opcji zniwelował tę stratę? Niestety nie. Co prawda cena opcji wzrosła do $98,5 \times 10\text{DM}$, ale zysk wynoszący $(98,5 - 95,5) \cdot 100 \cdot 10 = 3000 \text{ DM}$ był zbyt mały aby pokryć stratę. Oczywiście, cena opcji

zmieniła się z kilku powodów. Po pierwsze upłynęły trzy dni (co spowodowało spadek ceny opcji o ok. 2,5 punktu), po drugie cena kontraktu *futures* wzrosła o 16 punktów (wzrost o ok. 4,5) i po trzecie zmieniła się zmienność. Jednak implikowana zmienność tych opcji spadła jedynie o 0,02% (patrz rys. 5), czyli o dużo mniej niż kurs VOLAX-u. Taka zmiana spowodowała spadek ceny opcji o ok. 0,2 punktu. Gdyby jednak zmiana zmienności była równa zmianie implikowanej zmienności "po cenie" (1,09%), to cena opcji zmalałaby niemal o 10 punktów. Wtedy zabezpieczenie by zadziałało, bo pozycja w opcjach zyskałaby prawie $10 \times 100 \times 10\text{DM} = 10000\text{DM}$.

Powyższy przykład ukazuje potrzebę istnienia oddzielnego kontraktu typu VOLAX dla każdej z cen wykonania opcji. Oczywiście Eurex, ani żadna inna giełda, nie wprowadzi tylu kontraktów, bo płynność opcji o odległych cenach wykonania jest bardzo mała. Jedynym, i w dodatku w miarę naturalnym, rozwiązaniem wydaje się być wprowadzenie kontraktów na implikowaną zmienność na rynek pozagiełdowy, gdzie przecież już teraz dealerzy rynku walutowego handlują opcjami kwotując zmienność a nie premię.

Zakończenie

Mimo swej ciekawej konstrukcji oraz potrzeb rynku kontrakt VOLAX okazał się produktem nie spełniającym stawianych przed nim wymagań i po niecałych dziewięciu miesiącach został wycofany z obrotu giełdowego. Jednak "incydent z VOLAX-em" nie wpłynął w zauważalny sposób na rozwój Eurex-u. Ta środkowoeuropejska giełda terminowa, która od momentu swego powstania postawiła na nowoczesność i technologię, jest dzisiaj największą pod względem obrotów giełdą na świecie i nie wydaje się aby w najbliższym czasie ta sytuacja miała się zmienić.

Tomasz Garliński

Garlinski Finanzhandels GmbH, Niemcy

Eurex member ID: GFGMU

tomekgarliński@compuserve.com

Rafał Weron

Centrum im. Hugona Steinhausa

rweron@im.pwr.wroc.pl

¹ F. Black, M. Scholes (1973) *The pricing of options and corporate liabilities*, J. Political Economy **81**, 637-654. Patrz również: A. Weron, R. Weron (1998) *Inżynieria finansowa: wycena instrumentów pochodnych, symulacje komputerowe, statystyka rynku*, WNT, Warszawa.

² Formalnie rzecz biorąc jest to wzór Blacka, który pochodzi z pracy: F. Black (1976) *The pricing of commodity contracts*, J. Financial Economics **3**, 167-179. Ze względu na niemieckie prawo podatkowe, które praktycznie uniemożliwia obliczenie stopy dywidendy indeksu DAX, opcje ODAX – czyli opcje na DAX – są wyceniane właśnie przy pomocy wzoru Blacka, a nie wzoru dla opcji indeksowych. Można to uzasadniać tym, że cena kontraktu futures na DAX już uwzględnia oczekiwania inwestorów co do przyszłych wypłat dywidend.

³ Procedura wykorzystywana w tym artykule bazuje na funkcji Matlabu `fzero.m`. Opis tej metody można znaleźć m.in. w: R. Brent (1973) *Algorithms for Minimisation without Derivatives*, Prentice-Hall.

⁴ J. Stoer, R. Bulirsch (1987) *Wstęp do analizy numerycznej*, PWN, Warszawa.

⁵ Jest to zgodne z obserwacjami Beckers'a, który pokazał, że najlepsze estymatory przyszłej zmienności rynku uzyskuje się z analizy opcji, których ceny są najbardziej wrażliwe na σ – czyli opcji po cenie; patrz S. Beckers (1981) *Standard deviations in option prices as predictors of future stock price variability*, J. Banking and Finance **5**, 363-382.

⁶ Implikowane zmienności zostały uzyskane z cen transakcyjnych. Dlatego grymasy zmienności nie są tak gładkie jak na rys. 3.

HSC Research Report Series 1999

For a complete list please visit <http://ideas.repec.org/s/wuu/wpaper.html>

- 01 *A short history of the VOLAX - or how we tried to trade implied volatility*
(*Krótką historia VOLAX-u - czyli jak próbowano handlować implikowaną*
zmiennością) by Tomasz Garliński and Rafał Weron